ISARA Lyon Durée 1h

UP SFO- S4 – UE : Statistique

Epreuve N°2 - partie 6 (25%) – Mai 2013

Mme Bottollier Lemallaz CORRIGE EN BLEU

Conditions d’examen : **Documents**: Tables statistiques autorisées

**Calculatrice** : non programmable

Remarques importantes :

1. A la fin de l’épreuve vous devez rendre les 4 pages du sujet complétées de façon lisible et propre.
2. Sauf indication contraire, vous présenterez vos résultats avec 2 chiffres significatifs.

**Nom :……………………………………………………………….Prénom :……………………………………………….Note sur 20 :……….**

**Evaluation des connaissances de base (8 points) (20 min):**

1° ) (5/3 pts) On donne 4 modèles associés à une Analyse de la variance et 4 formules de calcul des résidus.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | |  | Modèle | | I | xir = µ + i + ir | | II | xij = µ + i + j + ij | | III | xijr = µ + i + j + i j + ijr | | IV | xijtr = µ + i + j + t + ij + it + jt + ij t + ijtr | |  | |  |  | | --- | --- | |  | Formule | | a | x ijr - | | b | x ijtr - | | c | xir - | | d | xij + µ -  - | |

Pour chacun de ces modèles, précisez le nombre de facteurs étudiés (k = 1, 2, 3 ……), avec ou sans répétitions (r= oui ou non), la formule du calcul des résidus ( = a, b, c ou d) , le nombre de tests d’homoscédasticité (h = 1, 2 , 3, ….), le nombre de critère statistique calculés dans le tableau de l’ANOVA (f = 1, 2 , 3, ….), en complétant le tableau ci-dessous .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Modèle | k | r |  | h | f |
| I | 1 | oui | c | 1 | 1 |
| II | 2 | non | d | 2 | 2 |
| III | 2 | oui | a | 3 | 3 |
| IV | 3 | oui | b | 7 | 7 |

2°) (5/3 pts) Que doit on conclure lorsque l’on obtient le type de résultat ci dessous ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Coefficient | PROB | Formuler les hypothèses et conclusion pour chaque coefficient |
| Beta 2 | 0,036 | Pour le coefficient d’aplatissement :  H0 2 = 3 H1  2  3 (distribution non mésocurtique)  On a 3.6% de risque de se tromper en rejetant l’hypothèse de mésocurtie des résidus. Ce risque est faible, on a mis en évidence que la distribution des résidus n’était pas mésocurtique. |
| Beta 1 | 0,209 | Pour le coefficient d’asymétrie :  H0 1 = 0 H1  1  0 (distribution non symétrique)  On a 20.9% de risque de se tromper en rejetant l’hypothèse de symétrie des résidus. Ce risque est trop fort, on n’a pas mis en évidence que la distribution des résidus n’était pas symétrique. |
| Conclusion générale | | On ne retient pas l’hypothèse de normalité des résidus. |

3°) (8/3 pts) Pour vérifier l’homoscédasticité des résidus dans une étude à 2 facteurs étudiés A et B respectivement à 2 et 5 modalités sans répétition on doit déterminer les ddl et le terme C suivants (compléter le tableau) :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Facteur A ou B ? | Pour le calcul du X² | Pour le X² théorique | Pour le F théorique |
| Facteur …**B**…  **10 unités au total, 5 modalités donc nj= 2 par modalité.** | j **= 2-1 = 1** |  = **5-1=4** |  |
|  =**5x1 = 5** |  |
| C (\*)= **1,40……………au 1/100ème** |  |
| Facteur …**A**…  **10 unités au total, 2 modalités donc ni = 5 par modalité.** |  |  | 1 **= 5-1=4** |
|  |  | 2 = **5-1 =4** |

(\*) **= 1 + (1/(3x4))(5x1 – 1/5) = 1.4**

4°) (6/3 pts) Donner les valeurs des critères statistiques théoriques pour **un risque d’erreur égal à 5%.** Poser les hypothèses de chaque test et formuler les conclusions possibles.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Facteur | Critère théorique | hypothèses et conclusions |
| A | F0,975 (4,4)  = 9,60  Test bilatéral | H0 : ² (1) /² (2) = 1 (si ² (1) > ² (2))  H1 : ² (1) /² (2) ≠ 1  conclusions : Si F²calc < F² théo on conserve l’hypothèse d’homoscédasticité des variances résiduelles selon le facteur A.  Si F²calc > F² théo on rejette l’hypothèse d’homoscédasticité des variances résiduelles selon le facteur A avec moins de 5% d’erreur. |
| B | X²0,95 (4)  = 9.49  Test unilatéral | H0 : les 5 variances résiduelles selon le facteur B sont homogènes.  H1 : au moins une des 5 variances résiduelles est supérieure à une autre.  conclusions : Si X²calc < X² théo on conserve l’hypothèse d’homoscédasticité des variances résiduelles selon le facteur B.  Si X²calc > X² théo on rejette l’hypothèse d’homoscédasticité des variances résiduelles selon le facteur B avec moins de 5% d’erreur. |

**Exercice d’application 1 (7points) (25 min) :**

Soit une étude à 2 facteurs étudiés A et B respectivement à 2 et 3 modalités et 3 répétitions.

On donne : xijr² = 3,2781

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Somme des 3 répétitions par traitement AiBj | B1 | B2 | B3 | Total |
| *A1* | 0,897 | 1,569 | 1,335 | 3,801 |
| *A2* | 1,257 | 0,975 | 1,197 | 3,429 |
| *Total* | 2,154 | 2,544 | 2,532 | 7,230 |

Construisez le tableau de l’analyse de la variance (5pts), calculs au 1/10000ème, hypothèses (1pt) et conclusions (1 pt) pour un risque d’erreur égal à 5%. On supposera que les conditions sont remplies pour faire cette analyse.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | A | ni | Somme | Moyenne | Produit |
| *A1* | B1 | B2 | B3 |  |  |  | *A1* | 9 | 3,801 | 0,4223 | 1,6053 |
| ni | 3 | 3 | 3 |  |  |  | *A2* | 9 | 3,429 | 0,3810 | 1,3064 |
| Somme | 0,8970 | 1,5690 | 1,3350 |  |  |  | ***total fact A : SPA=*** | | | | **2,9117** |
| Moyenne | 0,2990 | 0,5230 | 0,4450 |  |  |  | Calcul rapide : SPA = (3,801²+3,429²)/9 = 2,9117 | | | | |
| Produit | 0,2682 | 0,8206 | 0,5941 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | B | ni | Somme | Moyenne | Produit |
| *A2* | B1 | B2 | B3 |  | **total A\*B** |  | B1 | 6 | 2,154 | 0,3590 | 0,7733 |
| ni | 3 | 3 | 3 |  | **SPAB= 3,0040** |  | B2 | 6 | 2,544 | 0,4240 | 1,0787 |
| Somme | 1,2570 | 0,9750 | 1,1970 |  |  |  | B3 | 6 | 2,532 | 0,4220 | 1,0685 |
| Moyenne | 0,4190 | 0,3250 | 0,3990 |  |  |  | ***total fact B : SPB=*** | | | | **2,9204** |
| Produit | 0,5267 | 0,3169 | 0,4776 |  |  |  | Calcul rapide : SPB = (2,154²+2,544²+2,532²)/6 = 2,9204 | | | | |

Calcul rapide : SPAB = (0,8970²+1,569² +…+1,197²) /3 = 3,0040

Remarque : en multipliant toutes les sommes par 10 les calculs sont facilités (les SCE seraient x par 100)

|  |  |
| --- | --- |
| N = | 18 |
| C = | 18 (7,230/18)² = **2.9041** |

H0: CMA / CMe = 1 H1: CMA / CMe > 1

H0: CMB / CMe = 1 H1: CMB/ CMe > 1

H0: CMA\*B/ CMe = 1 H1: CMA\*B/ CMe > 1

,

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *variations* | *SCE* | *ddl* | *CM* | *F calculé* | *F0,95* |  |
| Facteur A | 0.0076 | 1 | 0.0076 | Ne pas faire |  | NS |
| Facteur B | 0.0163 | 2 | 0.0082 | Ne pas faire |  | NS |
| Interaction | 0.0760 | 2 | 0.0380 | 1.6667 | 3.89 | NS |
| résiduelle | 0.2741 | 12 | 0.0228 |  |  |  |
| Totale | 0.3740 | 17 |  |  |  |  |

CMA et CMB sont < CMe, donc pas de test F, pas d’effet de facteur à mettre en évidence.

FAB calculé < F théorique

Conclusions : Aucun effet de facteur ou d’interaction n’a pu être mis en évidence.

**Exercice d’application 2 (5 points) (15 min) :**

On veut étudier les effets du « Type de garniture de tablettes de chocolat G» (fourrées F / non fourrées NF)) selon le « Type de chocolat C » (blanc B, lait L, noir N) sur le rapport de refonte au cours de la production de tablettes de chocolat. Il s’agit du rapport entre la quantité "cassée" et la quantité « produite » (en %00) Chaque mesure a été répété sur 3 productions. Le tableau de l’ANOVA a donné les indications suivantes :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *variations* | *ddl ?(0,5pt)* | *CM* | *F* |  |  |
| G | 2-1 = 1 | 2888.00 | 147 | **\*\*\*** |  |
| C | 3-1=2 | 1116.67 | 57 | **\*\*\*** |  |
| G\*C | 1x2= 2 | 480.67 | 24 | **\*\*\*** |  |
| résiduelle | 12 | 19.56 |  |  |  |
| Totale | 18-1=17 |  |  |  |  |

On donne les moyennes des répétitions pour chaque combinaison:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Moyenne | B | L | N |
| F | 40.33 | 48.33 | 82.33 |
| NF | 25.00 | 33.67 | 36.33 |

1°) (0,5 pt) Sur cet extrait de résultats, calculer les résidus (1/100ème) correspondants :

|  |  |
| --- | --- |
| rapport refonte %00 mesuré x11r | e11r |
| 40,10 | **40,10 – 40,33 =-0,23** |
| 42,50 | **42,50 – 40,33 =-2,17** |
| 38,40 | **38,40 – 40,33 =--1,93** |

2°) (4 pts) Calculer la valeur de la ppds au 1/100ème pour un risque égal à 0,05 et réaliser le groupement des moyennes des combinaisons sous forme d’un tableau et concluez cette étude en identifiant sur quel(s) type(s) de production le taux de refonte est important.

Pour chaque combinaison GxC on a nij. = 3

L’ANOVA donne CMe = 19.56 avec un ddl = 17 – (1+2+2) = 12 (même situation que l’exercice précédent)

|  |
| --- |
| t0,975(12) = 2.179 |
| d(m) = Racine (19.56\*( 1/3+ 1/3) )= 3.611 |
| ***PPDS=*** 2.179 \* 3.611 = 7.868 = 7.87 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Combinaison | moyenne | Groupement (4 groupes) | | | |
| B NF | 25,00 | A |  |  |  |
| L NF | 33,67 |  | B |  |  |
| N NF | 36,33 |  | B |  |  |
| B F | 40,33 |  | B |  |  |
| L F | 48,33 |  |  | C |  |
| N F | 82,33 |  |  |  | **D** |

C’est la production de chocolat noir fourré qui génère le taux de refonte le plus élevé. C’est donc sur cette production qu’il va falloir identifier l’origine de ces pertes. On remarque de façon générale que les pertes se situent en priorité sur le chocolat fourré.